



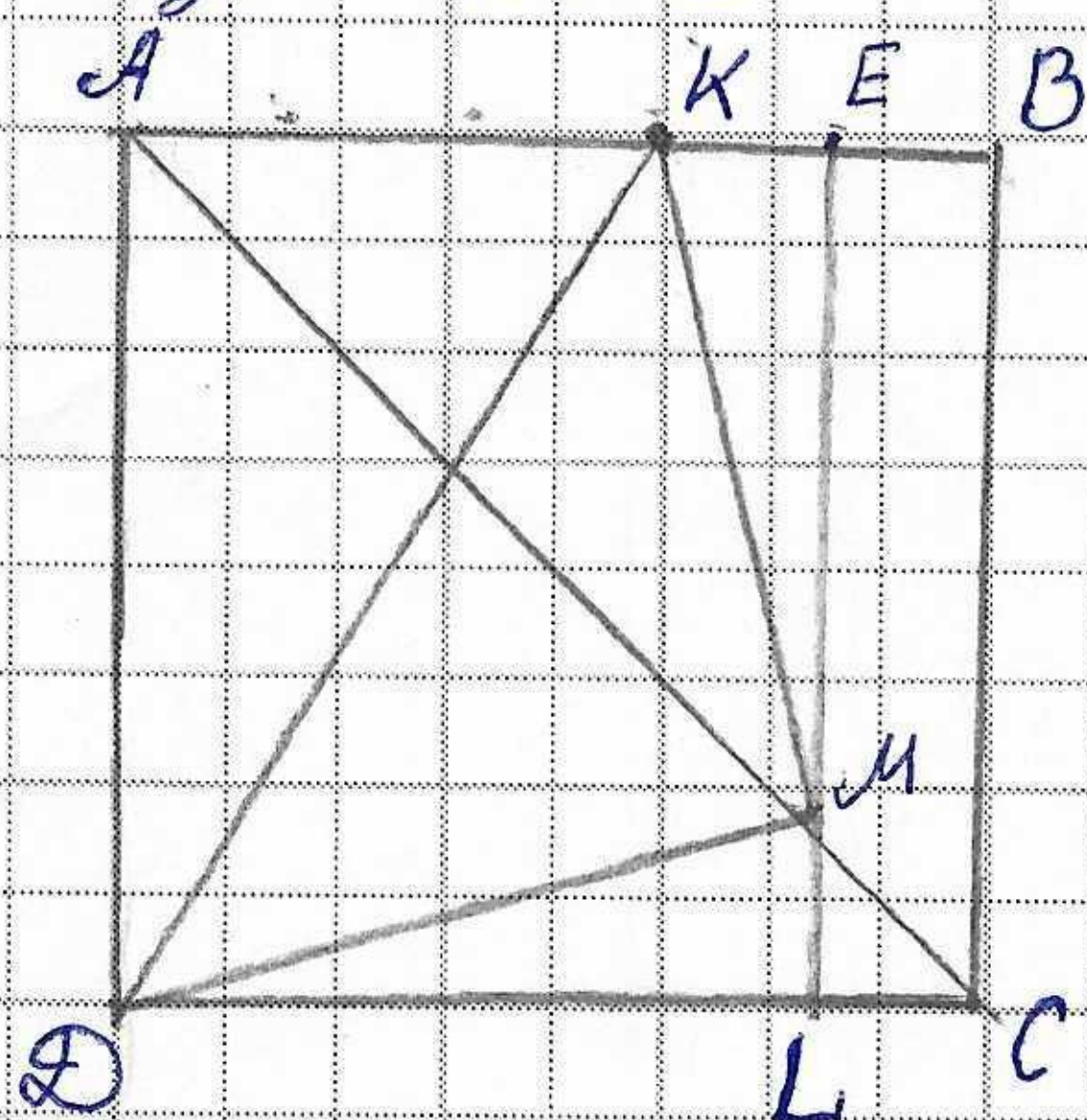
Для
билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 3

Чистовик

Задача № 3



Дано: $ABCD$ - квадрат,
т. $K \in AB$, $AK:KB = 3:2$,
т. $M \in AC$, $MC:AC = 1:5$
Найти: $\angle KEM$

Решение;

1. $AK:KB = 3:2$ (по усл.)
 $AB = BC = CD = AD = 5x$

Пусть часть = x , тогда $AK = 3x$, $KB = 2x$,

2. $MC:AC = 1:5$ (по усл.) $\Rightarrow MC = \frac{1}{5} AC \Rightarrow MC:AM = 1:4$

3. т. E ($EB:EA = 1:4$) - доп. построение

$EM \parallel BC$ по т. о пропорц. отрезках $\Rightarrow \angle KEM = 90^\circ$

4. $AE = 4x$ $KE = x$

$\angle KEM = 90^\circ$ (см п. 3)

$\angle KAM = 45^\circ$ (т.к. AC - диаг. квадрата)

\Rightarrow в $\triangle AEM$ $\angle EMA = 45^\circ \Rightarrow \triangle AEM$ - р/б \Rightarrow

$\Rightarrow AE = EM \Rightarrow EM = 4x$

5. Рим $\triangle KEM$ - прямоугол, по т. Пифагора

$KE^2 + EM^2 = KM^2$

$x^2 + 4x^2 = KM^2$

$KM = \sqrt{5}x$



$$6. EL = BC, \text{ т.к. } EL \parallel BC, AB \parallel CD \Rightarrow EL = 5x$$

$$ML = 5x - 4x = x$$

$$B \triangleq MLD, ML = x, DL = 4x, \angle MLD = 90^\circ \Rightarrow \triangle MLD = \triangle KEM$$

$$DM = \sqrt{17}x$$

7. При $\triangle AKD$ - прямоуго.

$$AK = 3x \text{ (см. п. 1)}, KD = 5x \text{ (см. п. 1)}.$$

$$\text{По т. Пифагора: } AD^2 + AK^2 = KD^2$$

$$KD = \sqrt{34}x$$

$$8. B \triangleq KMD, KM = \sqrt{17}x, MD = \sqrt{17}x, KD = \sqrt{34}x,$$

подставим в т. Пифагора:

$$(\sqrt{17}x)^2 + (\sqrt{17}x)^2 = (\sqrt{34}x)^2$$

$$17x^2 + 17x^2 = 34x^2$$

$$34x^2 = 34x^2$$

$$\Rightarrow \triangle KMD - \text{прямоуг.}, KM, MD - \text{катеты},$$

$$KD - \text{гипотенуза} \Rightarrow \angle KMD = 90^\circ$$

Ответ: 90°

Задача № 4

$$2|x-2| - a - x = 2$$

$$0 \leq x \leq 5$$

$$\begin{cases} \text{при } x \geq 2 & x - 4 - a = 2 \\ \text{при } x < 2 & 4 - 3x - a = 2 \end{cases}$$

При 1-м случае

$$x - 4 - a = 2$$

$$x - a = 6$$

$$a = x - 6$$

$$x \geq 2 \Rightarrow x \geq 0$$

$$x \leq 5 \text{ при } a + 6 \leq 5$$

$$a \leq -1$$

При 2-м случае

$$-3x - a + 4 = 2$$

$$-3x - a = -2$$

$$a = 2 - 3x$$

$$x < 2 \Rightarrow x < 5$$

$$x \geq 0 \text{ при } \frac{2-a}{3} \geq 0 \Rightarrow 2-a \geq 0 \Rightarrow a \leq 2$$

$$\text{Т.о. } \begin{matrix} a < -1 \\ a \leq 2 \end{matrix} \Rightarrow a < -1$$

Ответ: при $a < -1$



Вариант задания

1

Лист работы 2 из 3

№1

Кисловик

$$x^2 - x - a(a-1) = 0$$

$$1) D = 1 + 4a(a-1) = 4a^2 - 4a + 1$$

$$D < 0$$

$$4a^2 - 4a + 1 < 0 \\ (2a-1)^2 < 0 \\ a = \emptyset$$

$$D = 0$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0 \\ D = 16 - 16 = 0 \\ a = \frac{4}{8} = 0,5$$

$$D > 0$$

$$4a^2 - 4a + 1 > 0$$

$$a \neq 0,5$$

$$2) x_1 > \frac{1}{3}$$

$$x_2 > \frac{1}{3}$$

$$x_1 = \frac{1 + \sqrt{4a^2 - 4a + 1}}{2}$$

$$\frac{1 + \sqrt{4a^2 - 4a + 1}}{2} > \frac{1}{3}$$

$$3 + 3\sqrt{4a^2 - 4a + 1} > 2$$

$$3\sqrt{4a^2 - 4a + 1} > -1$$

$$\sqrt{4a^2 - 4a + 1} > -\frac{1}{3}$$

положит.

отриц.

a — любое

$$x_2 = \frac{1 - \sqrt{4a^2 - 4a + 1}}{2}$$

$$\frac{1 - \sqrt{4a^2 - 4a + 1}}{2} > \frac{1}{3}$$

$$3 - 3\sqrt{4a^2 - 4a + 1} > 2$$

$$-3\sqrt{4a^2 - 4a + 1} > -1$$

$$\sqrt{4a^2 - 4a + 1} < \frac{1}{3}$$

$$4a^2 - 4a + 1 < \frac{1}{9}$$

$$4a^2 - 4a + \frac{8}{9} < 0$$

$$(2a-1)^2 < \frac{1}{9} < 0$$

$$(2a + \frac{2}{3})(2a - \frac{1}{3}) < 0$$

4) ~~на~~ подходит, при:

$$\begin{cases} a < \frac{2}{3} \\ a > -\frac{1}{3} \\ a \neq 0,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \in (-\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$$

$$a \in (-\frac{1}{3}; 0,5) \cup (0,5; \frac{2}{3})$$

$$3) \begin{cases} a \geq 0,5 & 2a-1 < \frac{1}{3} \\ a < 0,5 & 1-2a < \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$a < \frac{2}{3}$$

$$a > -\frac{1}{3}$$

подходит при

$$a \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (\frac{2}{3}; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\frac{1}{3}; 0,5) \cup (0,5; \frac{2}{3})$$

№ 2

$$\sqrt{-4y-x} + 1 > 0$$

$$|y-x| \geq 0 \quad \sqrt{-4y-x} \geq 0 \Rightarrow y-x=0 \Rightarrow y=x$$

$$(-6 + \sqrt{32} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{2-4\sqrt{3}}) \cdot |x| + 5 - \sqrt{32} = 0$$

$$\begin{aligned} -6 + \sqrt{32} + (\sqrt{3} + 2) \cdot \sqrt{2-4\sqrt{3}} &= -6 + \sqrt{32} + (2 + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = -6 + \sqrt{32} + (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = \\ &= -6 + \sqrt{32} + (4 - 3) = -5 + \sqrt{32} \end{aligned}$$

$$(-5 + \sqrt{32}) \cdot |x| = -5 + \sqrt{32}$$

$$|x| = \frac{-5 + \sqrt{32}}{-5 + \sqrt{32}}$$

$$|x|=1 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

Ответ: (1, 1), (-1, -1)

№ 6

1) Р/м цикл очистки воды:
было - 0,56%

$$\text{стало} = 0,56 \cdot 0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,25 \cdot 0,2 = 0,56 \cdot 0,006 = 0,00336 \% < 0,05 \%$$

Соответственно, на очистку указанного объема воды требуется не больше суток (т.к. не требуется повторение цикла)

2) Р/м работу 1 сооружения

$$5000 : 200 = 25 \text{ (м}^3/\text{сутки)}$$

Стоимость работы и машины

на 1 сутки - 3000 (руб.)

на 25 - $3000 \cdot 25 = 75000$ (руб.)

Всего траты: $2800 + 75000 = 77800$ (руб.)

3) Р/м работу второго сооружения

$$5000 : 500 = 10 \text{ (м}^3/\text{сутки)}$$

$10 \cdot 3000 = 30000$ (руб.) - рабочий и машина

Всего траты: $30000 + 6000 = 36000$ (руб.)

4) $77800 > 36000 \Rightarrow$ 2 сооружение выгоднее

$(31 - 15) + 15 = 31$ (день) - дан на очистку

10 дней - работа 2^{ого} сооружения

$10 < 31 \Rightarrow$ возможно арендовать 2^{ое}

Ответ: 2^{ое}, 36000 руб.





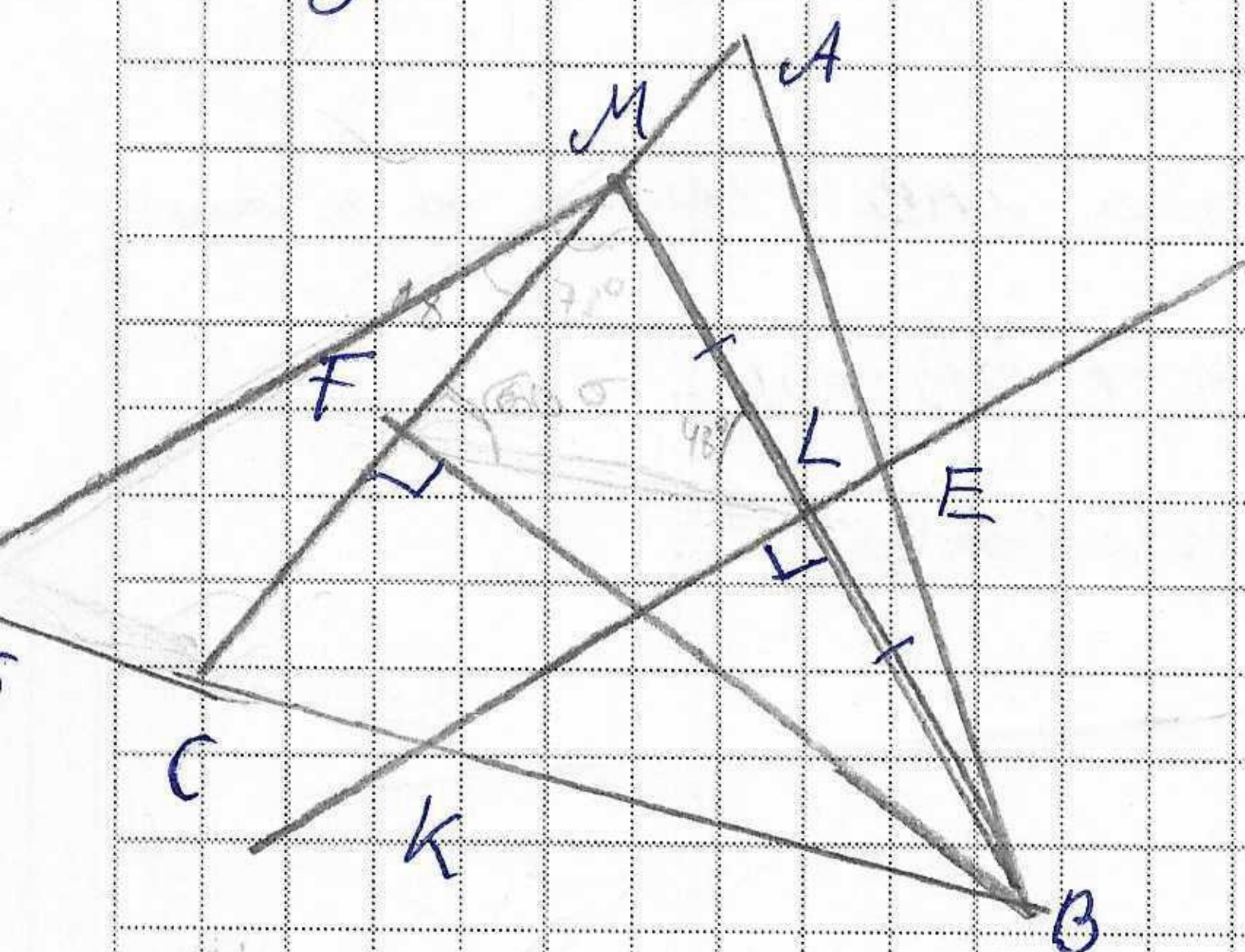
Вариант задания

1

Лист работы 3 из 3

Листовик

Задача №5



Дано: $\triangle ABC$ - рк.

АМ: МС = 1:4, $M \in AC$

KE - сев. пер. к MB,

$E \in AB$, $K \in BC$

Найти: $S_{\triangle EFK} : S_{\triangle ABC}$

Решение.

1. АМ: МС = 1:4 (по усл.), пусть 1 часть - x ,

$$AM = x,$$

$$MC = 4x$$

$$AC = AM + MC = 5x, \quad BC = AB = AC = 5x, \text{ т.к. } \triangle ABC \text{ - рк (по усл.)}$$

2. BF - высота (поп. постро.), BF - медиана, т.к. $\triangle ABC$ - рк $\Rightarrow FC = 5x : 2 = 2,5x$

Реш $\triangle BCF$ - прямоугол (т.к. BF - высота), по т. Пифагора:

$$BF^2 + FC^2 = BC^2$$

$$BF^2 = 25x^2 - 6,25x^2$$

$$BF^2 = 18,75x^2$$

$$BF = 0,5\sqrt{3}x$$

$$3. \quad MF = AF - AM = 2,5x - x = 0,5x$$

Реш $\triangle BFM$ - прямоугол, по т. Пифагора:

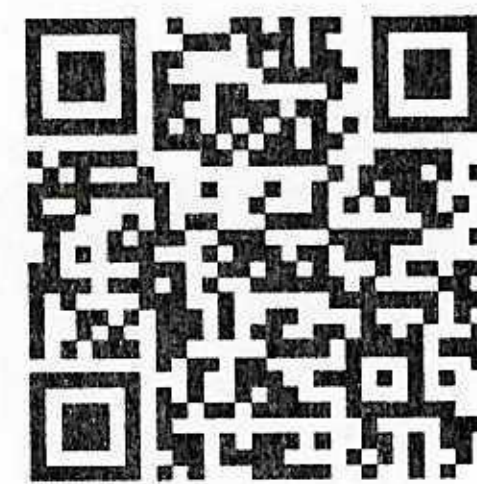
$$BF^2 + FM^2 = MB^2$$

$$MB^2 = 2,25x^2 + 18,75x^2$$

$$MB^2 = 21x^2$$

$$MB = \sqrt{21}x$$

$$4. \quad MB \perp KE = L, \text{ тогда } ML = LB \text{ (т.к. KE - сев. пер.)} \Rightarrow ML = LB = 0,5\sqrt{21}x$$



5. $MA:MC=1:4 \Rightarrow \angle ABM:\angle MBC=1:4 \Rightarrow \angle AMB=60^\circ:5=12^\circ$

$\angle MBC=12^\circ \cdot 4=48^\circ$

6. $\triangle MBC \angle CMB=180^\circ-48^\circ-60^\circ=72^\circ$

7. $MS \perp MB, S \in BC$ (гон. ностр.)

$\angle SMB=90^\circ, \angle SMC=90^\circ-72^\circ=18^\circ$

$SC:CB=18:72=1:4$

$CB=5x \Rightarrow SC=\frac{5}{4}x=1,25x \Rightarrow SB=6,25x$

8. $\triangle SMB$ - прямоуго, по т. Пифагора

$SM^2+MB^2=SB^2$

$\triangle SMB \sim \triangle KLB$

$\triangle SMB$ - прямоуго по т. Пиф.

$SM^2+MB^2=SB^2$

$SM^2=1,5625$